### **Atividade 8 - EDO’s**

João Victor dos Santos Silva

Tales Freixeira Cardoso

Ivo Martins

### **Códigos:**

function aproximacao\_y = metodo\_euler\_com\_verificacao\_e\_exato()

a = 0;

b = 1;

c = 10;

h = [0.1, 0.01, 0.001, 0.0001];

funcao = @(x, y) 1 / (x \* y + y);

aproximacao\_y = zeros(size(h));

% Verificação se y(x) é solução

verificar\_solucao = @(x, y, f) feval(f, x, y) - 1 / (x \* y + y);

% Função exata

y\_exato = @(x) sqrt(2 \* log(x + 1) + 100);

y\_exato\_valor = feval(y\_exato, b);

resultados = cell(length(h), 1);

for i = 1:length(h)

h\_atual = h(i);

x = a;

y = c;

while x < b

% Método de Euler

y = y + h\_atual \* feval(funcao, x, y);

x = x + h\_atual;

end

resultados{i} = ['Aproximação de y(' num2str(b) ') usando h = ' num2str(h\_atual) ': ' num2str(y, '%.10f')];

aproximacao\_y(i) = y;

end

disp(char(resultados));

% Verificar se y(x) é solução

resultado\_verificacao = feval(verificar\_solucao, x, y, funcao);

if abs(resultado\_verificacao) < 1e-10

disp(['A função é solução para o PVI. Valor exato: ' num2str(y\_exato\_valor, '%.f')]);

else

disp(['A função não é solução para o PVI. Valor exato: ' num2str(y\_exato\_valor, '%.f')]);

end

end

—-------------------------------------------------------------------------------------------------------------

function aproximacao\_y = metodo\_euler\_aperfeicoado\_com\_verificacao\_e\_exato()

a = 0;

b = 1;

c = 10;

h = [0.1, 0.01, 0.001, 0.0001];

funcao = @(x, y) 1 / (x \* y + y);

aproximacao\_y = zeros(size(h));

% Verificação se y(x) é solução

verificar\_solucao = @(x, y, f) feval(f, x, y) - 1 / (x \* y + y);

% Função exata

y\_exato = @(x) sqrt(2 \* log(x + 1) + 100);

y\_exato\_valor = feval(y\_exato, b);

resultados = cell(length(h), 1);

for i = 1:length(h)

h\_atual = h(i);

x = a;

y = c;

while x < b

% Método de Euler Aperfeiçoado

inclinacao1 = feval(funcao, x, y);

inclinacao2 = feval(funcao, x + h\_atual, y + h\_atual \* inclinacao1);

y = y + (h\_atual / 2) \* (inclinacao1 + inclinacao2);

x = x + h\_atual;

end

resultados{i} = ['Aproximação de y(' num2str(b) ') usando h = ' num2str(h\_atual) ': ' num2str(y, '%.10f')];

aproximacao\_y(i) = y;

end

disp(char(resultados));

% Verificar se y(x) é solução

resultado\_verificacao = feval(verificar\_solucao, x, y, funcao);

if abs(resultado\_verificacao) < 1e-10

disp(['A função é solução para o PVI. Valor exato: ' num2str(y\_exato\_valor, '%.f')]);

else

disp(['A função não é solução para o PVI. Valor exato: ' num2str(y\_exato\_valor, '%.f')]);

end

end

—-------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Vamos analisar os resultados dos métodos de Euler e Euler Aperfeiçoado em comparação com o valor exato de *y*(*a*)=10 para a = 0 b = 1.

### **Método de Euler:**

* Aproximação de y(1) usando h = 0.1: 10.0766117040
* Aproximação de y(1) usando h = 0.01: 10.0693275314
* Aproximação de y(1) usando h = 0.001: 10.0691012240
* Aproximação de y(1) usando h = 0.0001: 10.0690836157

### **Método de Euler Aperfeiçoado:**

* Aproximação de y(1) usando h = 0.1: 10.0739844455
* Aproximação de y(1) usando h = 0.01: 10.0690767631
* Aproximação de y(1) usando h = 0.001: 10.0690761486
* Aproximação de y(1) usando h = 0.0001: 10.0690811080

### **Discussão:**

* Acurácia:
  + Ambos os métodos apresentam resultados bastante próximos para h pequenos, indicando boa precisão.
  + O Método de Euler Aperfeiçoado tende a fornecer resultados ligeiramente mais precisos do que o Método de Euler puro, mesmo para h relativamente grande.
* Convergência:
  + A convergência dos métodos é evidente, pois as aproximações melhoram à medida que h diminui.
  + Note que, para h pequenos, a diferença entre os métodos de Euler e Euler Aperfeiçoado é sutil.
* Valor Exato:
  + O valor exato de *y*(*a*) é 10, e ambos os métodos se aproximam desse valor à medida que h diminui.
* Escolha de h:
  + A escolha adequada de h é importante. Valores muito pequenos podem aumentar o custo computacional sem proporcionar melhorias significativas na precisão.

Em resumo, ambos os métodos estão produzindo resultados aceitáveis, e a escolha entre eles dependerá da precisão desejada e da eficiência computacional necessária. O Método de Euler Aperfeiçoado geralmente oferece melhor precisão para o mesmo tamanho de passo (h), mas isso pode variar dependendo da natureza específica do problema.

Porém, apesar de todos esses fatores mencionados, nós não ficamos satisfeitos com a semelhança de acurácia entre o método de Euler e o método de Euler aperfeiçoado. Nós imaginamos que, para valores de h suficientemente pequenos, a acurácia seria muito parecida mesmo, então decidimos utilizar valores de h maiores, apenas para tentar notar uma diferença mais acentuada entre os valores. E esse foi o resultado:

### **Método de Euler**

* Aproximação de y(1) usando h = 10: 11.0000000000
* Aproximação de y(1) usando h = 1: 10.1000000000

**Método de Euler aperfeiçoado**

* Aproximação de y(1) usando h = 10: 10.5413223140
* Aproximação de y(1) usando h = 1: 10.0747524752

Portanto, nesse novo teste ficou claro que o método de Euler aperfeiçoado é mais preciso, porém essa diferença fica muito pequena quando observada em valores bem pequenos de h.

Também percebemos que o método de Euler aperfeiçoado perde precisão de h = 0.001 para h = 0.0001. Nós testamos para valores de h ainda menores, e observamos que a precisão voltou a aumentar. Algumas hipóteses levantadas do porque essa perda aconteceu foram: 1. Erro de cancelamento, pois em alguns casos, quando o passo é muito pequeno, os erros de cancelamento numérico podem se tornar significativos, afetando a precisão da solução. 2. Sensibilidade ao tamanho do passo, pois o Método de Euler Aperfeiçoado pode, em alguns casos, ser mais robusto e preciso com tamanhos de passo moderados, evitando oscilações indesejadas que podem ocorrer com passos muito pequenos.